

EJERCICIOS DE EXPONENCIALES Y LOGARITMOS

Calcular los siguientes números:

$$1) A = \left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}} + 8^{-\frac{1}{3}}.$$

$$2) B = 2^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{2}} + 32^{\frac{1}{2}} - \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^7.$$

$$3) C = 2 \lg 5 - \frac{1}{2} \lg 9 + \lg 0,12$$

$$4) D = \lg\left(\frac{15}{8}\right) + \lg\left(\frac{3}{8}\right) - \lg 20$$

$$5) E = \lg(7+5\sqrt{2}) + 8 \lg(\sqrt{2}+1) + 7 \lg(\sqrt{2}-1) + 2 \lg(3-2\sqrt{2})$$

$$6) F = \lg_{18} 6 + \lg_2 6 - (\lg_{18} 6)(\lg_2 6)$$

$$7) G = \frac{1}{\lg_{35} 1995} + \frac{1}{\lg_{1995} 1995} + \frac{1}{\lg_{57} 1995}$$

$$8) H = \lg_a b \cdot \lg_b a$$

$$9) G = \lg_2 3 \cdot \lg_3 4 \cdot \lg_4 5 \cdots \lg_{19} 20 \cdot \lg_{20} 2$$

Calcular b en función de a en cada uno de los ejercicios siguientes:

$$10) a = \lg 7, \quad b = \lg 28 + \lg 15 - \lg 6 \quad 11) a^x = 16, \quad b^x = 32$$

$$12) b^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = 8$$

$$13) \text{ Calcular } a_n = a \cdot 9^n \text{ y } b_n = b + 2n \text{ con } a > 0 \text{ y } n \in \mathbb{N}.$$

$$14) \text{ Calcular } A = x^{-y} + y^{-x}, \quad B = \lg(10y) + \lg(8x) \text{ para } x = 1/2 \text{ e } y = 1/4$$

$$15) \text{ Sabiendo que } \lg_a x = 5 \text{ y } \lg_a y = 2 \text{ calcular } b = \lg_a \left(\frac{x^3 \sqrt{y}}{y^3} \right)$$

$$16) \text{ Calcular: } a = \lg_5 3 \cdot \lg_9 25; \quad b = \lg 5700 - \lg 5^7; \quad c = 2^{\lg 5} \cdot 3^{\lg 5}$$

$$17) \text{ Calcular } a^{15} \text{ y } a^{3/2} \text{ sabiendo que } a^{1/5} = 1/3$$

18) Determinar cuáles de las siguientes igualdades son ciertas y escribir correctamente las que no lo sean:

$$a) \lg(a+b) = \lg a + \lg b$$

$$e) \lg(a^b) = \lg(b) \cdot \lg(a)$$

$$b) a^x + a^y = a^{x+y}$$

$$f) a \cdot b^x = (ab)^x$$

$$c) \lg(0) = 1$$

$$g) 2^{ab} = 2^a \cdot 2^b$$

$$d) \lg(a-b) = \lg a - \lg b$$

$$19) \text{ Sabiendo que } \lg_a x = \sqrt{3}, \text{ calcular:}$$

$$\lg_{a^3} x; \lg_{a^n} x; \lg_x a; \lg_a x^3; \lg_{a^2} (ax^3);$$

$$20) \text{ Sabiendo que } x = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^3 \text{ e } y = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2, \text{ demostrar que } x^y = y^x$$

$$\text{Comprobar que la misma igualdad se verifica para } x = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \text{ e } y = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \text{ siendo } n \in \mathbb{N}.$$

$$21) \text{ Determinar } b \text{ sabiendo que la gráfica de la función } f(x) = b^x \text{ pasa por el punto } (-2, 4). \text{ Calcular } f(3), \text{ representar la función y enunciar sus propiedades.}$$

$$22) \text{ Determinar } a \text{ y } b \text{ sabiendo que la gráfica de la función } y = a \cdot b^x \text{ pasa por los puntos } A(0, 5) \text{ y } B\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{4}\right).$$

Calcular x para $y=10$ y calcular y para $x=3/2$. Representar gráficamente la función y enunciar sus propiedades.

$$23) \text{ Determinar } a \text{ sabiendo que la gráfica de la función } f(x) = \lg_a x \text{ pasa por el punto } (3, 2). \text{ representar la función y enunciar sus propiedades.}$$

$$24) \text{ Determinar } a \text{ y } b \text{ sabiendo que la gráfica de la función } y = \lg_a (x+b) \text{ pasa por los puntos } A(b, 3) \text{ y } B(3b, 4). \text{ Representar gráficamente la función y enunciar sus propiedades.}$$

$$25) \text{ Determinar el dominio de las funciones: } f_1(x) = \lg(3x-1); \quad f_2(x) = \sqrt{\lg(x+1)}; \quad f_3(x) = 3^{\lg\left(\frac{x}{1-x}\right)}$$